

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: JULIOL 2020	CONVOCATORIA: JULIO 2020
Assignatura: MATEMÀTIQUES II	Asignatura: MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN:

L'alumne triarà només TRES problemes entre els sis proposats.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguin gràfiques o programables, i que no puguin realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:

El alumno elegirá solo TRES problemas entre los seis propuestos.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

Problema 1. Donat el sistema d'equacions
$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ ax + y + z = -2 \end{cases}$$
, on a és un paràmetre real,

obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

- L'estudi del sistema en funció del paràmetre a . (5 punts)
- Les solucions del sistema quan $a = -2$. (3 punts)
- La solució del sistema quan $a = 0$. (2 punts)

Problema 2. Es donen la recta $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ i els punts $P = (1, 0, 0)$, $Q = (2, 1, \alpha)$.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

- El valor d' α perquè la recta que passa per P i Q siga paral·lela a r . (3 punts)
- L'equació del pla que conté P i Q i és paral·lel a r , quan $\alpha = 1$. (3 punts)
- La distància del punt Q al pla que passa per P i és perpendicular a r , quan $\alpha = 1$. (4 punts)

Problema 3. Es dóna la funció real f definida per $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2(x-1)}$.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

- El domini i les asímptotes de la funció f . (3 punts)
- La integral $\int f(x)dx$, així com la primitiva de $f(x)$ la gràfica de la qual passa pel punt $(2, 0)$. (3+1 punts)
- L'àrea de la regió limitada per la corba $y = f(x)$ i les rectes $y = 0$, $x = 2$, $x = 4$. (3 punts)

Problema 4. Es donen les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ b & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & b & -1 \end{pmatrix}$, que depenen del paràmetre real b .

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

- Els valors de b perquè cada una de les matrius AB i BA tinga inversa. (3 punts)
- Els valors de b perquè la matriu $A^T A$ tinga inversa, sent A^T la matriu transposada d' A . (3 punts)
- La inversa de la matriu $A^T A$, quan aquesta inversa existeix. (4 punts)

Problema 5. Es donen el pla $\pi: 2x + y - z - 5 = 0$ i els punts $A(1,2,-1)$, $B(2,1,0)$.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) L'equació implícita del pla que passa pels punts A, B i és perpendicular a π . (4 punts)
- b) Les equacions paramètriques de la recta r que és perpendicular a π i passa per A . Troba dos plans la intersecció dels quals siga la recta r . (1+2 punts)
- c) La distància entre el punt B i la recta r . (3 punts)

Problema 6. En un triangle isòsceles, els dos costats iguals mesuren 10 centímetres cadascun.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) L'expressió de l'àrea $A(x)$ del triangle, en funció de la longitud x del tercer costat. (4 punts)
- b) Els intervals de creixement i decreixement de la funció $A(x)$, $0 \leq x \leq 20$. (4 punts)
- c) La longitud x del tercer costat perquè l'àrea del triangle siga màxima i el valor d'aquesta àrea. (2 punts)

Problema 1. Dado el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ ax + y + z = -2 \end{cases}$$
, siendo a un parámetro real,

obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) El estudio del sistema en función del parámetro a . (5 puntos)
- b) Las soluciones del sistema cuando $a = -2$. (3 puntos)
- c) La solución del sistema cuando $a = 0$. (2 puntos)

Problema 2. Sea la recta $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ y los puntos $P = (1, 0, 0)$ y $Q = (2, 1, \alpha)$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) El valor de α para que la recta que pasa por P y Q sea paralela a r . (3 puntos)
- b) La ecuación del plano que contiene a P y Q y es paralelo a r , cuando $\alpha = 1$. (3 puntos)
- c) La distancia del punto Q al plano que pasa por P y es perpendicular a r , cuando $\alpha = 1$. (4 puntos)

Problema 3. Se da la función real f definida por $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2(x-1)}$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) El dominio y las asíntotas de la función f . (3 puntos)
- b) La integral $\int f(x)dx$, así como la primitiva de $f(x)$ cuya gráfica pasa por el punto $(2, 0)$. (3+1 puntos)
- c) El área de la región limitada por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0, x = 2, x = 4$. (3 puntos)

Problema 4. Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ b & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & b & -1 \end{pmatrix}$, que dependen del parámetro real b .

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) Los valores de b para que cada una de las matrices AB y BA tenga inversa. (3 puntos)
- b) Los valores de b para que la matriz $A^T A$ tenga inversa, siendo A^T la matriz traspuesta de A . (3 puntos)
- c) La inversa de $A^T A$, cuando dicha inversa exista. (4 puntos)

Problema 5. Se dan el plano $\pi: 2x + y - z - 5 = 0$ y los puntos $A(1, 2, -1)$, $B(2, 1, 0)$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La ecuación implícita del plano que pasa por los puntos A, B y es perpendicular a π . (4 puntos)
- b) Las ecuaciones paramétricas de la recta r que es perpendicular a π y pasa por A .
Encuentra dos planos cuya intersección sea la recta r . (1+2 puntos)
- c) La distancia entre el punto B y la recta r . (3 puntos)

Problema 6. En un triángulo isósceles, los dos lados iguales miden 10 centímetros cada uno.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La expresión del área $A(x)$ del triángulo, en función de la longitud x del tercer lado. (4 puntos)
- b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $A(x)$, $0 \leq x \leq 20$. (4 puntos)
- c) La longitud x del tercer lado para que el área del triángulo sea máxima y el valor de esta área. (2 puntos)