COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA: JULIOL 2018	CONVOCATORIA: JULIO 2018
Assignatura: MATEMÀTIQUES II	Asignatura: MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN:
Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓ A

Problema A.1. Donat el sistema d'equacions $\begin{cases} x + y = 1 \\ (a-1)y + z = 0 \\ x + ay + (a-1)z = a \end{cases}$, on a és un paràmetre real, obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors del paràmetre a per als quals el sistema és compatible (5 *punts*).
b) Les solucions del sistema quan $a = 1$ (3 *punts*).
c) La solució del sistema quan $a = 0$ (2 *punts*).

Solució: a) $a \neq 2$. b) $x = \alpha,\ y = 1 - \alpha,\ z = 0$. c) $x = y = z = \frac{1}{2}$.

Problema A.2. Es donen el pla $\pi : x - y + z - 3 = 0$, la recta $s : \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ i el punt $A(1,1,1)$. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Recta que passa per A, talla la recta s i és paral·lela al pla π (4 *punts*).
b) Pla que passa per A, és perpendicular al pla π i paral·lel a la recta s (3 *punts*).
c) Discuteix si el punt $(3,2,1)$ está en la recta paralel·la a s que passa per $(5,3,1)$ (3 *punts*).

Solució: a) $x = 1 + \alpha,\ y = 1, z = 1 - \alpha$. b) $-x + 2y + 3z = 4$. c) La recta que passa per $(3,2,1)$ i $(5,3,1)$ és paralel·la a s.

Problema A.3. Considerem la funció $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx\cos(\pi x)$, que depén dels paràmetres a, b, c. Obteniu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) La relació entre els coeficients $a, b\ i\ c$ sabent que $f(x)$ pren el valor 22 quan $x = 1$ (2 punts).
b) La relació que han de verificar els coeficients $a, b\ i\ c$ perquè siga horitzontal la recta tangent a la corba $y = f(x)$ en el punt P d'aquesta corba, sabent que l'abscissa del punt P és $x = 1$. (4 punts).
c) $\int_0^1 x\cos(\pi x)\,dx$ (4 punts).

Solució: a) $a+b-c=22.$ b) $f'(1)=0$ implica $3a+2b-c=0.$
c) Una primitiva és $\frac{\cos(\pi x)}{\pi^2}+\frac{x\sin(\pi x)}{\pi}$. La integral definida val $-{}^{2}/_{\pi^2} \approx -0.202.$

OPCIÓ B

Problema B.1. Resoldre els següents apartats, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Donades A i B, matrius quadrades del mateix ordre tals que $AB=A \quad i\ BA=B$, deduir que $A^2=A$ i $B^2=B$ (4 *punts*).

b) Donada la matriu $A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$, es demana trovar els paràmetres a,b perquè la matriu $B=\begin{bmatrix}a & 0\\ 1 & b\end{bmatrix}$ complisca que $B^2=B$ però $AB\neq A\ i\ BA\neq B$ (2 *punts*).

c) Sabent que $\begin{vmatrix}x & 1 & 0\\ y & 2 & 1\\ z & 3 & 2\end{vmatrix}=3$, obteniu raonadament el valor dels determinants $\begin{vmatrix}2x & 1 & 0\\ 2y & 2 & 1\\ 2z & 3 & 2\end{vmatrix}$ i $\begin{vmatrix}x+1 & 1 & 0\\ y+3 & 2 & 1\\ z+5 & 3 & 2\end{vmatrix}$ (4 *punts*).

Solució: a) $A^2=(AB)A=A(BA)=AB=A$. Anàlogament canviant els papers de A i de B. b) La solució és $a=0,\ b=1$. c) El primer determinant val 6 i el segon val 3.

Problema B.2. Donada la recta r: $\begin{cases} x+y=3\\ x+4y-z=8\end{cases}$ es demana obtenir **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Les equacions paramètriques de la recta r (3 *punts*).
b) L'equació del pla π que és paral·lel a la recta r i passa pels punts $(5,0,1)$ i $(4,1,0)$ (4 *punts*).
c) La distància entre la recta r i el pla π obtingut a l'apartat anterior (3 *punts*).

Solució: a) $x=\alpha, y=3-\alpha, z=-3\alpha+4.$ b) $\pi: x+y=5.$ c) $d(r,\pi)=\sqrt{2}.$

Problema B.3. Dins d'una cartolina rectangular es desitja fer un dibuix que ocupe un rectangle *R* de $600\ cm^2$ d'àrea de manera que:
Per damunt i per sota de *R* han de quedar uns marges de 3 cm d'altura cadascun. Els marges a esquerra i a dreta de *R* han de tenir una amplaria de 2 cm cadascun.

Obtenir **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) L'àrea de la cartolina en funció de la base *x* del rectangle *R* (3 punts).
b) El valor de *x* per al qual l' àrea de la cartolina és mínima (5 punts).
c) Les dimensions de dita cartolina d'àrea mínima (2 punts).

Solució: a) $f(x)=624+6\left(x+\frac{400}{x}\right)$. b) L'àrea és mínima quan $x=20\ cm.$ c) La cartolina d'àrea mínima mesura $24\ cm\ x\ 36\ cm.$

OPCIÓN A

Problema A.1. Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + y = 1 \\ (a-1)y + z = 0 \\ x + ay + (a-1)z = a \end{cases}$, donde a es un parámetro real, se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores del parámetro a para los cuales el sistema es compatible (5 *puntos*).
b) Las soluciones del sistema cuando $a = 1$ (3 *puntos*).
c) La solución del sistema cuando $a = 0$ (2 *puntos*).

Solución: a) $a \neq 2$. b) $x = \alpha,\ y = 1 - \alpha,\ z = 0$. c) $x = y = z = \frac{1}{2}$.

Problema A.2. Se tienen el plano $\pi : x - y + z - 3 = 0$, la recta $s : \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ y el punto $A(1,1,1)$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La recta que pasa por A, corta a la recta s y es paralela al plano π (4 *puntos*).
b) El plano que pasa por A, es perpendicular al plano π y paralelo a la recta s (3 *puntos*).
c) Discute si el punto (3,2,1) está en la recta paralela a s que pasa por (5,3,1) (3 *puntos*).

Solución: a) $x = 1 + \alpha,\ y = 1, z = 1 - \alpha$. b) $-x + 2y + 3z = 4$. c) La recta que pasa por (3,2,1) y (5,3,1) es paralela a s.

Problema A.3 Consideramos la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx\cos(\pi x)$, que depende de los parámetros a, b, c. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) La relación entre los coeficientes a, b, c sabiendo que $f(x)$ toma el valor 22 cuando $x = 1$ (2 puntos).
b) La relación que deben verificar los coeficientes a, b y c para que sea horizontal la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto P de dicha curva, sabiendo que la abscisa del punto P es $x = 1$. (4 puntos).
c) $\int_0^1 x\cos(\pi x)\, dx$ (4 puntos).

Solución: a) $a + b - c = 22$. b) $f'(1) = 0$ implica $3a + 2b - c = 0$.
c) Una primitiva es $\frac{\cos(\pi x)}{\pi^2} + \frac{x\sin(\pi x)}{\pi}$. La integral definida vale $-{}^{2}/_{\pi^2} \approx -0.202$.

OPCIÓN B

Problema B.1. Resolver los siguientes apartados, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Dadas A y B, matrices cuadradas del mismo orden tales que $AB = A$ y $BA = B$, deducir que $A^2 = A$ y $B^2 = B$ (4 *puntos*).

b) Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, se pide encontrar los parámetros a, b para que la matriz $B = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 1 & b \end{bmatrix}$ cumpla que $B^2 = B$ pero $AB \neq A$ y $BA \neq B$ (2 *puntos*).

c) Sabiendo que $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ y & 2 & 1 \\ z & 3 & 2 \end{vmatrix} = 3$, obtener razonadamente el valor de los determinantes $\begin{vmatrix} 2x & 1 & 0 \\ 2y & 2 & 1 \\ 2z & 3 & 2 \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} x+1 & 1 & 0 \\ y+3 & 2 & 1 \\ z+5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ (4 *puntos*).

Solución: a) $A^2 = (AB)A = A(BA) = AB = A$. Análogamente cambiando los papeles de A y B. b) La solución es $a = 0,\ b = 1$. c) El primer determinante vale 6 y el segundo vale 3.

Problema B.2. Dada la recta $r: \begin{cases} x + y = 3 \\ x + 4y - z = 8 \end{cases}$ se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Las ecuaciones paramétricas de la recta r (3 *puntos*).
b) La ecuación del plano π que es paralelo a r y pasa por los puntos $(5,0,1)$ y $(4,1,0)$ (4 *puntos*).
c) La distancia entre la recta r y el plano π obtenido en el apartado anterior (3 *puntos*).

Solución: a) $x = \alpha, y = 3 - \alpha, z = -3\alpha + 4$. b) $\pi: x + y = 5$. c) $d(r, \pi) = \sqrt{2}$.

Problema B.3. Dentro de una cartulina rectangular se desea hacer un dibujo que ocupe un rectángulo *R* de $600\ cm^2$ de área de manera que:
Por encima y por debajo de *R* deben quedar unos márgenes de 3 cm de altura cada uno. Los márgenes a izquierda y a derecha de *R* deben tener una anchura de 2 cm cada uno.
Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El área de la cartulina en función de la base *x* del rectángulo *R* (3 puntos).
b) El valor de *x* para el cual el área de la cartulina es mínima (5 puntos).
c) Las dimensiones de dicha cartulina de área mínima (2 puntos).

Solución: a) $f(x) = 624 + 6\left(x + \frac{400}{x}\right)$. b) El área es mínima cuando $x = 20\ cm$. c) La cartulina de área mínima mide $24\ cm$ de ancho por $36\ cm$ de alto